solution for day3

pigeon

考虑两个人只会在a和b的倍数的时候都在肝ddl，所以答案只会是$lcm(a,b)$的倍数。因为时间$<= T$，所以答案就是$\lfloor \frac{T}{lcm(a,b)} \rfloor$。

时间复杂度$O(loga)$。

permutation

考虑建一个有向图：对于每一个i（$1 \le i \le n$），建一条从i到p_i的有向边。由于一个点只有一个出边，一个入边。那么整张图就是若干个环。我们称之为置换环。 考虑如果一开始有x个置换环，我们要将其变成一个有n个置换环的排列。对于每一次交换操作，我们一定能是排列增加一个置换环且最多只能增加一个。所以答案就是$n - x$。求置换环可以直接dfs实现。

时间复杂度$O(Tn)$。

tree

考虑树上点两两之间距离怎么求，带修改边权的操作提示了对每一条边算贡献。考虑一条(i, fa)的边，假设其边权为w。那么这条边把整棵树分成两棵子树，一个的大小是sub_i，另一个的大小是$n - sub_i$。那么这条边一定被经过了$sub_i * (n - sub_i)$次，对答案的贡献为$w * sub_i * (n - sub_i)$。于是树上点两两之间的距离为所有边的贡献之和。修改的话就是将答案加上$(nw - pre) * sub_i * (n - sub_i)$即可。

时间复杂度$O(n + q)$。

army

考虑设A_i表示战斗力为i的所有团体的大小之和。那么答案就是$\sum_{i=2}^{maxn} A_i * i$。于是将本题转化为怎么求$A_i$。考虑设$B_i$表示战斗力为$i$的倍数所有团体的大小之和。那么考虑战斗力是$i$的倍数的人的集合为$S$，所有$S$的子集都能被统计到$B_i$中。那么设$S$的大小为$n$，那么

$$
\begin{aligned}
B_i &= \sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} * i \\
&= \sum_{i=1}^{n} \frac{n!}{(i-1)! * (n-i)!} \\
&= \sum_{i=1}^{n} n * \binom{n-1}{i-1} \\
&= n * \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} \\
&= n * 2^{n-1}
\end{aligned}
$$

考虑对于每一个i，S的大小怎么求。考虑记战斗力为i的士兵个数为num_i，那么$|S| = \sum_{i|j} num_j$。于是直接计算复杂度就是$O(nlogn)$的。

考虑知道B后怎么求A，考虑

$$A_i = B_i - \sum_{i|j, j>i} A_j$$

于是也直接暴力计算即可，总时间复杂度$O(nlogn)$。